

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – 15 settembre 2015



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 8}}$$

Dominio	$E = (-\infty, 1] \cup (2, 3] \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = E$
Intersezioni	$A(1;0) \quad B(3;0) \quad C(0; \sqrt{3/8})$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log \frac{x+2}{x^2+5}$

Derivata prima	$f' = \frac{(1-x) \cdot (x+5)}{(x+2) \cdot (x^2+5)} \quad E = (-2, +\infty)$
Estremi	$M(1; -\log 2) \quad \text{cresce in } (-2, 1)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{4}{x^2 + x + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{-4(1+2x)}{(x^2+x+1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{24x \cdot (1+x)}{(x^2+x+1)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; 4); \quad F_2(0; 4) \quad \text{concava in } (-1, 0)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{6x^5 + 4x^3 - x + 7}{(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 16)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-4, -3, 3, 4\}$
As. verticali	$x = -3, x = 3, x = -4, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 6x$

Domande teoriche

- 1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 3)
- 2) Il teorema del punto fisso con significato grafico (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left(x^5 + \frac{2x+5}{5x+2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{x^6}{6} + \frac{2}{25}(5x+2) + \frac{21}{25} \log(5x+2)$ $\frac{1}{75}(860 + 63 \log 6) \approx 12,97$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32} e^{4x} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 4y + 2z = k \\ 2x + 3y + 2z = 4 \\ 4x + k \cdot y + 4z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 2; 6$: incompatibile $k \neq 2; 6$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^2 - 10k + 30}{k^2 - 8k + 12}; y = \frac{6}{6 - k}; z = \frac{k^2 + 3k - 24}{k^2 - 8k + 12}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -4x^2 + 3x \cdot y + y^2 + 3x - 8y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + y = 3$

Derivate parziali	$f_x = -8x + 3y + 3 \quad f_y = 3x + 2y - 8$
Estremi liberi	$S(6/5; 11/5) \quad z = -6 \quad H = -25$
Estremi vincolati	$M(4/3; 1/3) \quad \lambda = -10/3 \quad z = -10/3$ $H = 12$

Domande teoriche.

- 3) Differenze tra integrale definito e integrale indefinito (punti 4, 4*)
- 4) Il teorema di Cramer (punti 3*)
- 5) Definizione di derivata parziale (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.